Zentralübung: 29. 1. 03

Prolog und formale Sprachen

Zu einer durch BNF-Regeln definierten formalen Sprache lassen sich mit Hilfe von Prolog „Akzeptoren" formulieren.

Beispiel: $L = \{a^n b^m, \; n, m \in \mathbb{N}_0\}$

$G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S)$;

$$P = \{ S \to a\,S, | \varepsilon \\ S \to B, \\ B \to b\,B, | \varepsilon \\ B \to b \quad \}$$

Entspr. Regeln in Prolog:

```
p([H|T], H, T).
sa(A) :- p(A, a, R), sa(R).
sa(A) :- b(A).
b(A)  :- p(A, b, R2), b(R2).
b(R)  :- p(R, b, []).
```

Bemerkung: Mit dem Aufruf $sa(\overbrace{[a,a,b]}^{:=L})$ läßt sich überprüfen, ob L ein Elem. der Sprache ist. sa(A) ist kein sinnvoller Aufruf; er liefert nicht beliebig viele Elemente von L zurück.

Anwendung hinsichtl. Pump.-Lemma:

Besagt, dass eine Sprache L regulär ist, wenn eine Zerlegung $x = uvw \in L$ ex., und eine Konstante n, mit $|x| \geq n$, $|uv| \leq n$, $v \neq \varepsilon$ und $uv^iw \in L$ für alle $i \in \mathbb{N}_0$

Ziel: Angabe von Regeln (Prolog) um zu ermitteln ob für obige Sprache und eine gegeb. Zerl. das Wort $uv^iw \in L$

① Progr. einer Menge v. Regeln zur Ber. von v^i

```
power(V1, 0, []).
power(V1, s(I), V3) :- concat(V1, V2, V3),
                       power(V1, I, V2).
```

②
```
isInL(U, V, W, I) :- power(V, I, Z),
                     concat(U, Z, Z2),
                     concat(Z2, W, Z3),
                     sa(Z3).
```

Der Aufruf
`isInL([], [a], [b,b], I)`
liefert alle I bis zu einem beliebig hohen Wert von I.

Bemerkungen zum Pumping-Lemma:

(siehe entspr. Übungsaufgabe)

$L = \{a^m b^m ; m \in \mathbb{N}\}$

Gemäß dem P.L. ist eine Sprache nicht regulär, wenn für *jede* mögliche Zerlegung $x = uvw$ das Wort $x' = uv^iw \notin L$.

$\Rightarrow$ Man muß alle möglichen Zerlegungen analysieren um Nichtregularität zu zeigen.

(1) In der Übung: Zerlegung der Form

$u = \varepsilon,\ v = a^k,\ w = a^{m-k} b^m$

$\Rightarrow uv^iw = a^{ik} a^{m-k} b^m = \underbrace{a^{k(i-1)}}_{!} a^m b^m \notin L$

(2) weitere Zerlegung:

$u = a^k,\ w = b^j,\ v = a^{m-k} b^{m-j}$

$\Rightarrow uv^iw = a^k \cdot \underbrace{a^{m-k} b^{m-j} \ldots a^{m-k} b^{m-j}}_{i\text{-mal}} b^j$

$\Rightarrow uv^iw \notin L$

(3) $\left.\begin{array}{l} u = a^m b^{m-j} \\ v = b^j \\ w = \varepsilon \end{array}\right\} \Rightarrow uv^iw \notin L$

$\Rightarrow$ Nichtregularität der Sprache

Beispiel zum P.L.

Geg: $L = \{a^p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$

Beweis (Nichtregularität):

Sei $z = a^p$; $|z| = p$. und $n \le p$.

Dann folgt mit $p = u + v + w$

$p - v = u + w$

$\Rightarrow$ Zerlegung: $a^p = a^u a^v a^w$

$\Rightarrow a^u (a^v)^i a^w = a^{u+w+iv}$

$= a^{(p-v)+iv}$

mit $i = p+1$ $\Rightarrow (p-v) + (p+1)v = p + pv$

$= p(1+v)$

$\Rightarrow$ L ist nicht regulär, da für jede mögliche Zerlegung ein derartiges i existiert.