Technische Universität München
Fakultät für Informatik
M. Bauer, D. Golias, S. Riesner,
Dr. M. Schneider

WS 2002/2003
Lösungsvorschläge zu Blatt 12
22. Januar 2003

Übungen zu Einführung in die Informatik I

Aufgabe 41 Rechtslineare Grammatiken und endliche Automaten (Lösungsvorschlag)

a) Aus einem endlichen Automaten $A = \{\Sigma, Q, \delta, q_0, F\}$ kann man nach folgendem Schema eine rechtslineare Grammatik $G = \{T, N, P, Z\}$ konstruieren, sodaß $L(G) = L(A) \setminus \{\varepsilon\}$:

$$
\begin{array}{lcl}
T & = & \Sigma \\
N & = & Q \\
Z & = & q_0 \\
P & : & Y \to sX \Leftrightarrow \delta(Y,s) = X \text{ wobei } (X, Y \in N, s \in T) \\
 & & X \to s \Leftrightarrow \delta(X,s) \in F
\end{array}
$$

Somit ergibt sich die Grammatik $G = (T, N, P, S)$ mit $N = \{S, A, B\}$,$T = \{a, b\}$ und

$$
\begin{array}{rl}
P = \{ & S \to a|b|bS|aA, \\
 & A \to a|b|aA|bB, \\
 & B \to b|bA\}
\end{array}
$$

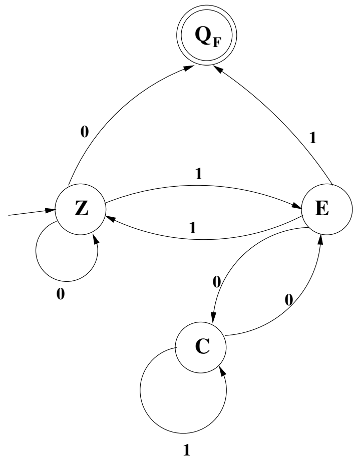
b) Umgekehrt kann man aus einer rechtslinearen Grammatik $G = (T, N, P, Z)$ einen endlichen Automaten $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ mit $L(A) = L(G)$ erzeugen, indem man zunächst den Endzustände Q_F definiert: Zu jeder Produktion der Form $A \to a$ führt der Automat in diesen Endzustand über. Der endliche Automat A kann dann folgendermaßen definiert werden:

$$
\begin{array}{lcl}
Q & = & N \cup Q_F \\
\Sigma & = & T \\
q_0 & = & Z, \\
F & = & Q_F
\end{array}
$$

wobei die Zustandsübergangsfunktion δ durch

$$
\begin{array}{lcl}
\delta(X,s) & = & Y \Leftrightarrow X \to sY \in P \;\; (X, Y \in N, s \in T) \\
\delta(X,s) & = & Q_F \Leftrightarrow X \to s \in P \;\; (X \in N, s \in T)
\end{array}
$$

gegeben ist. Somit ergibt sich der nebenstehende endliche Automat:



Aufgabe 42 Zustandsdiagramm eines Bankautomaten (Lösungsvorschlag)

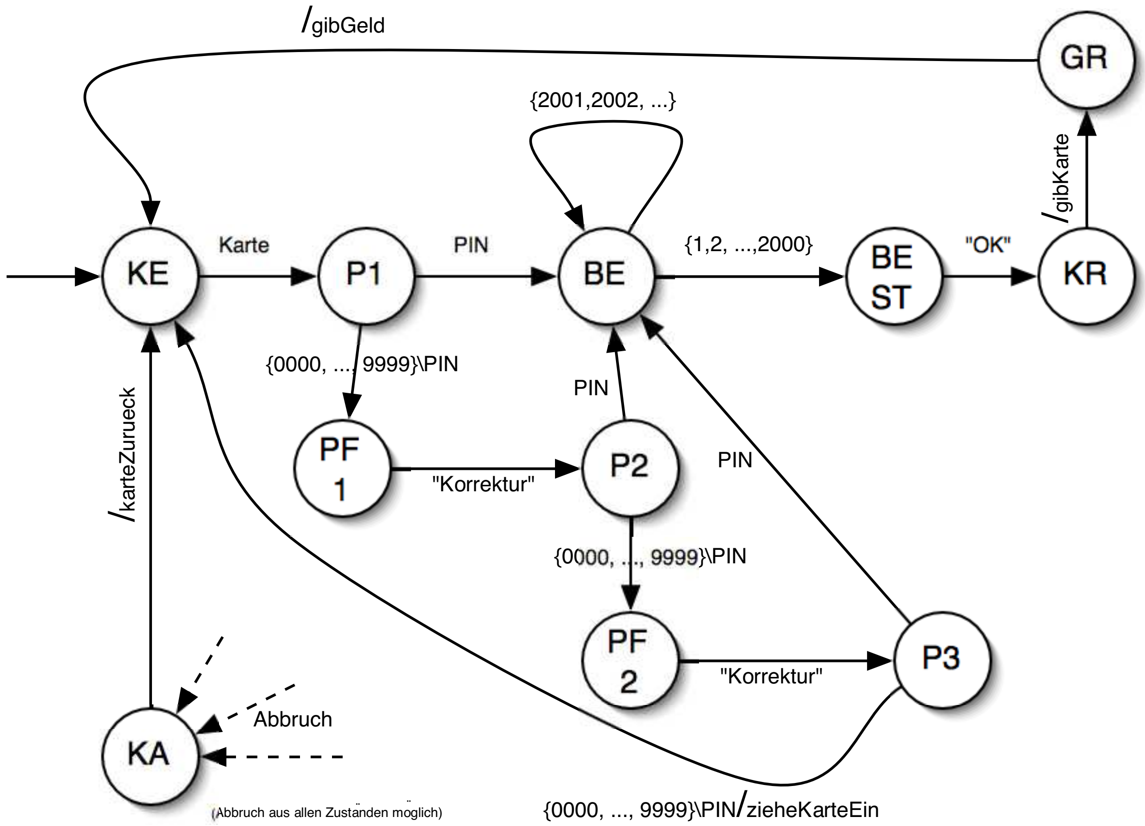
Bei der Modellierung des Automaten verwenden wir folgendes Eingabealphabet:

$$\Sigma = \{\texttt{Karte}, \texttt{Abbruch}, \texttt{Bestätigung}, \texttt{Korrektur}\} \cup \mathbb{N};$$

Hierbei symbolisiert die Eingabe **Pin** eine Kreditkartennummer. Zur Kennzeichnung der einzelnen Zustände verwenden wir folgende Abkurzungen:

KE	Der Automat erwartet die Eingabe der Kreditkarte
P1	Der Automat erwartet die erstmalige Eingabe der Kreditkartennummer
P2	Der Automat erwartet die erste Korrektur der Eingabe der Kreditkartennummer
P3	Der Automat erwartet die zweite Korrektur der Eingabe der Kreditkartennummer
PF1	Der Automat meldet die erstmalige fehlerhafte Eingabe der Kreditkartennummer
PF2	Der Automat meldet die zweite fehlerhafte Eingabe der Kreditkartennummer
BE	Die Kreditkartennummer wurde richtig eingegeben und der Automat erwartet die Eingabe eines Geldbetrages, der 2000,- DM nicht überschreitet
BEST	Der Automat fordert zur Bestätigung der Angaben auf
KR	Die Karte wird vor der Ausgabe des Geldes zurückgegeben
KA	Die Karte wird zurückgegeben, da der Abhebevorgang abgebrochen wurde
GR	Das Geld wird ausgegeben
Eingabe	Dieser Zustand ist ein Superzustand, der alle Zustände umfasst, aus denen man durch Betätigen der Abbruchtaste zum Zustand **KA** gelangt.

Der beschriebene Bankautomat laßt sich durch folgendes Zustandsdiagramm beschreiben:



Aufgabe 43 Chomsky Grammatiken (Lösungsvorschlag)

a) Geben Sie eine Grammatik G_1 an, welche die Sprache $L = \{0^m 1^n : m,n > 1\}$ erzeugt. Welchem Chomsky-Typ gehört diese Grammatik an? Zeigen Sie dass $L = L(G_1)$ gilt.

$G_1 = (N,T,P,S)$

mit $N = \{S,U\}$, T={0,1}, und P bestehend aus

(P1) S $\rightarrow$ 00A
(P2) A $\rightarrow$ 0A | B
(P3) B $\rightarrow$ 11C
(P4) C $\rightarrow$ 1C | ε

Die Grammatik ist rechtslinear und damit Chomsky-3.

b) Die vorhergehende Sprache wird nun dahingehend variiert, dass der 0er-Block und der 1er-Block nun gleiche Länge n haben sollen. Geben Sie eine Grammatik G_2 an welche diese Sprache erzeugt. Welchem Chomsky-Typ gehört diese Grammatik an ?

$G_2 = (N,T,P,S)$

mit $N = \{S\}$, T={0,1}, und P bestehend aus

(P1) S $\rightarrow$ 0A1
(P2) A $\rightarrow$ 0A1 | 01

Die Grammatik ist kontextfrei, und damit Chomsky-2.

c) **(H)** Wir betrachten die Grammatik $G_3 = (\sum, N, P, S)$ mit der Menge von (terminalen) Zeichen $\sum = \{a,b,c\}$, der Menge (von nichtterminalen) Zeichen $N = \{S,B,C\}$ und der Menge der Produktionen

$$\begin{aligned} P = \{ \quad & S \rightarrow aSBC, S \rightarrow aBC, CB \rightarrow BC, aB \rightarrow ab, \\ & aB \rightarrow abB, bB \rightarrow bb, bB \rightarrow bbB, bC \rightarrow bc, cC \rightarrow cc\} \end{aligned}$$

(i) Zeigen Sie, dass $abbc \in L$ gilt.
$S \rightarrow aBC \overset{aB\rightarrow ab}{\rightarrow} abC \overset{bC\rightarrow bc}{\rightarrow} abbc$

(ii) Beschreiben Sie mit mathematischen Mitteln möglichst einfach die Sprache $L = L(G_3)$.
$L = a^n b^m c^n$ mit $0 < n < m$.